

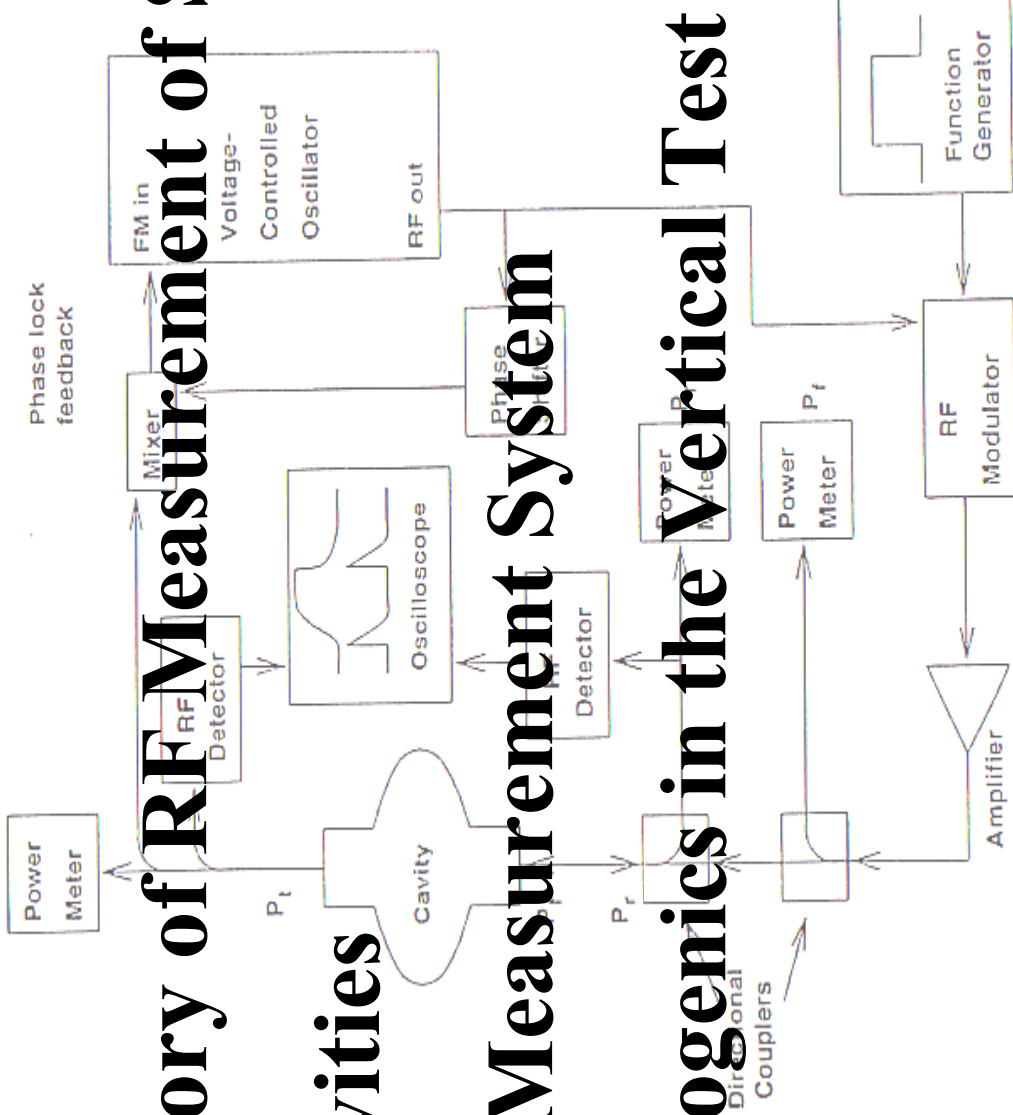
# 5. Performance Evaluation

## ■ Theory of RF Measurement of SRF

### Cavities

## ■ RF Measurement System

## ■ Cryogenics in the Vertical Test

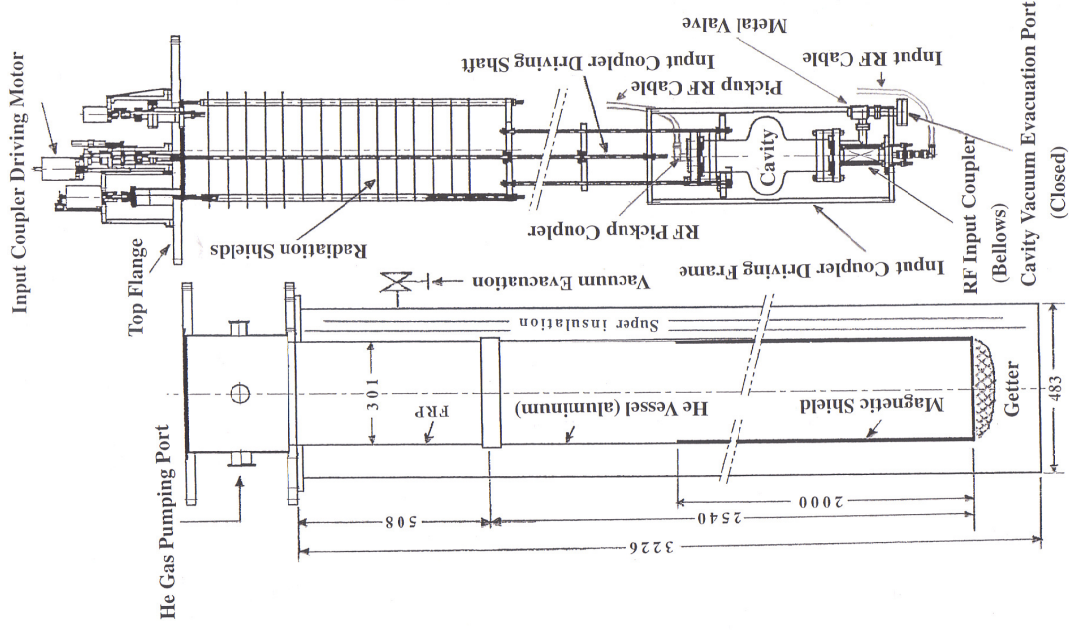
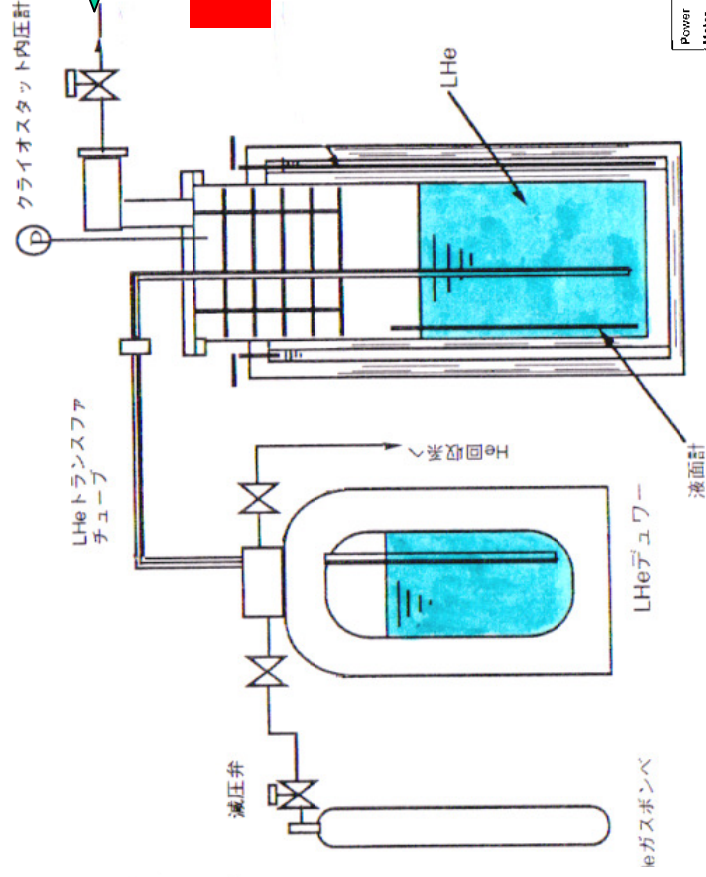


# SRF Cavity Measurement System

減圧ポンプ



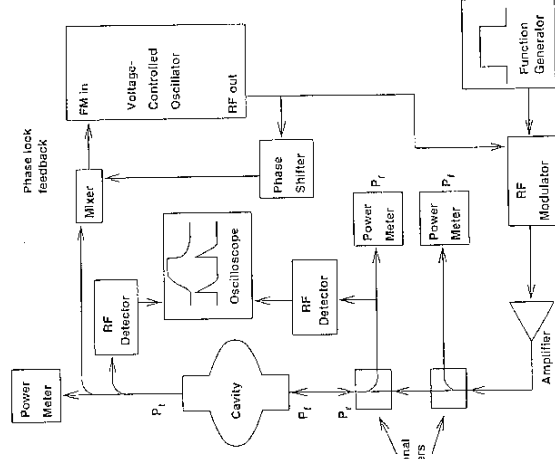
回収ライン



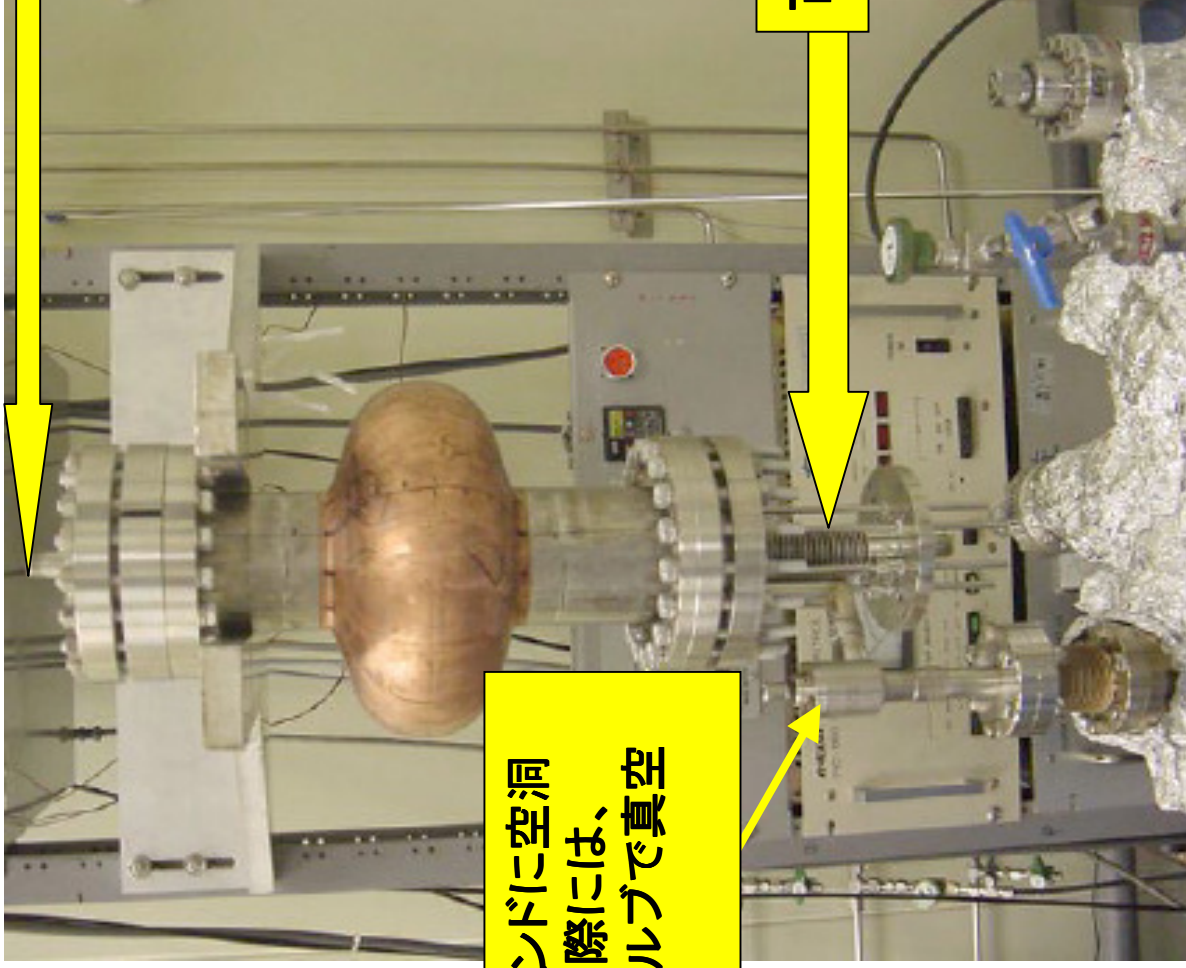
Vertical Cryostat Vertical Test Stand

種々の物質の平均熱伝導率 [W/mK]

物質	300K - 4K
銅(電解)	550
アルミ	250
ステンレス	10.3
真鍮	67
GFRP	0.35
テフロン	0.24
パイレックスガラス	0.67



# 超伝導空洞 (Nb/Cu clad cavity)

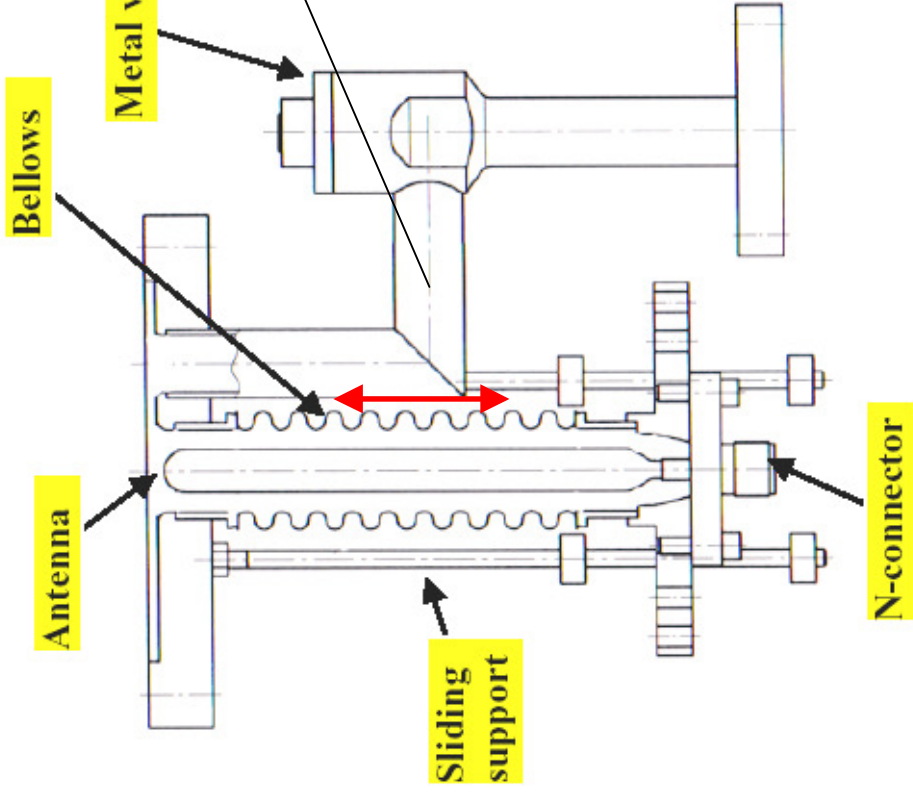


Pickup coupler

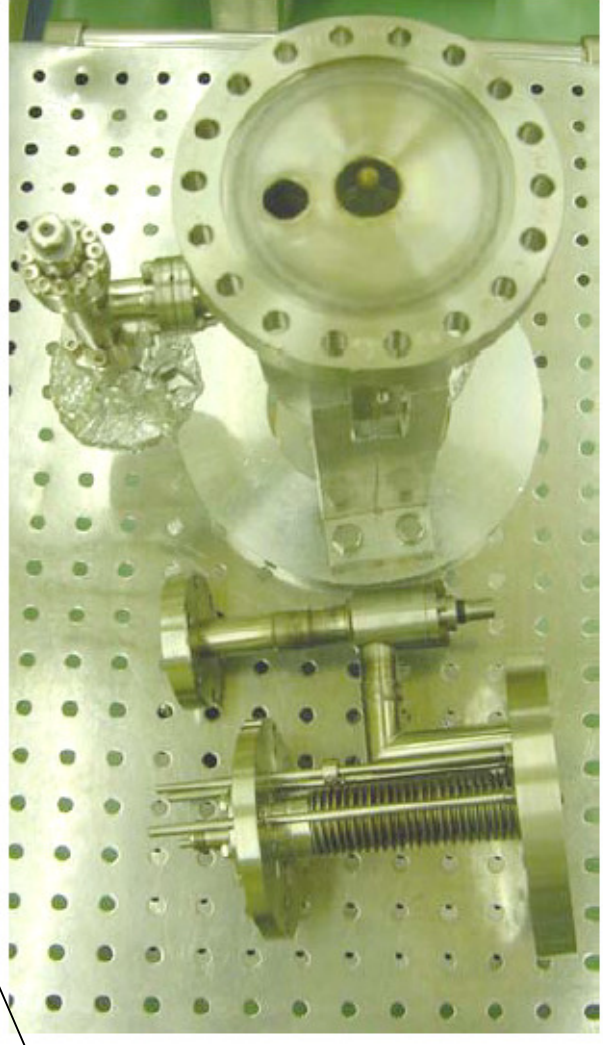
可変 RF Input coupler

タテ測定スタンドに空洞を吊り下げる際には、このメタルバルブで真空封じする。

# 可変 RF Input Coupler



真空排气ポート



Variable input coupler for the vertical test in KEK

# Theory of Measurement

## Pulse method

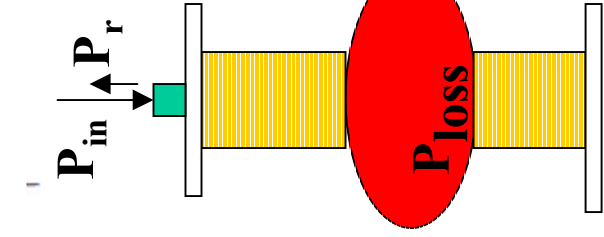
$$P_t(t) = P_o \exp\left(-\frac{\omega}{Q_L} t\right)$$

$\omega = 2\pi f$ ,  $Q_L$ : Loaded Q

One-port

$t = 0$

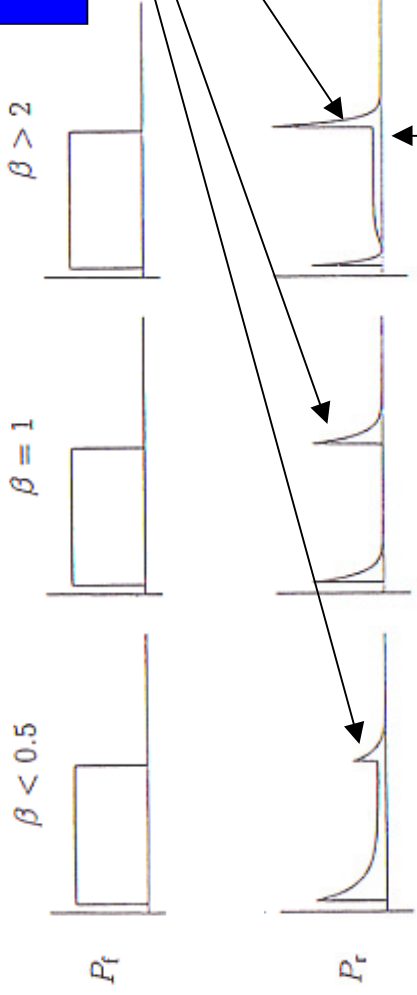
Decatime:  $\tau_{1/2}$



$$P_t(\tau_{1/2}) = \frac{1}{2} P_o = P_o \exp\left(-\frac{\omega}{Q_L} \cdot \tau_{1/2}\right)$$

$$\ln(2) = -\frac{2\pi f}{Q_L} \tau_{1/2}$$

$$Q_L = 2\pi f \cdot \frac{\tau_{1/2}}{\ln(2)}$$



# One-Port Cavity

$$Q_0 \equiv \frac{\omega U}{P_{\text{loss}}},$$

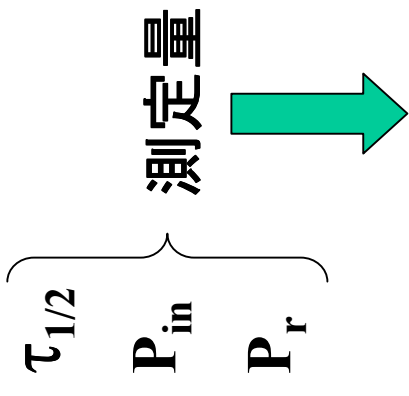
$$Q_L \equiv \frac{\omega U}{P_{\text{loss}} + P_e} = \frac{\omega U}{P_{\text{loss}} \left(1 + \frac{P_e}{P_{\text{loss}}}\right)} \quad (\text{for one port})$$

$$= \frac{Q_0}{(1 + \beta_{in})}$$

$$Q_0 = (1 + \beta_{in}) \cdot Q_L$$

$$\beta_{in} \equiv \frac{P_e}{P_{\text{loss}}} = \frac{1 \pm \sqrt{\frac{P_r}{P_{in}}}}{1 \mp \sqrt{\frac{P_r}{P_{in}}}}$$

(over > 1 / under < 1)



計算  $Q_L, \beta_{in}$

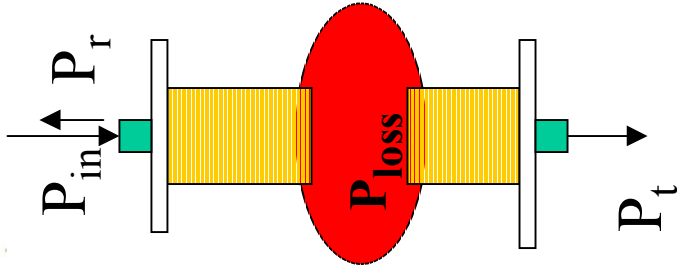
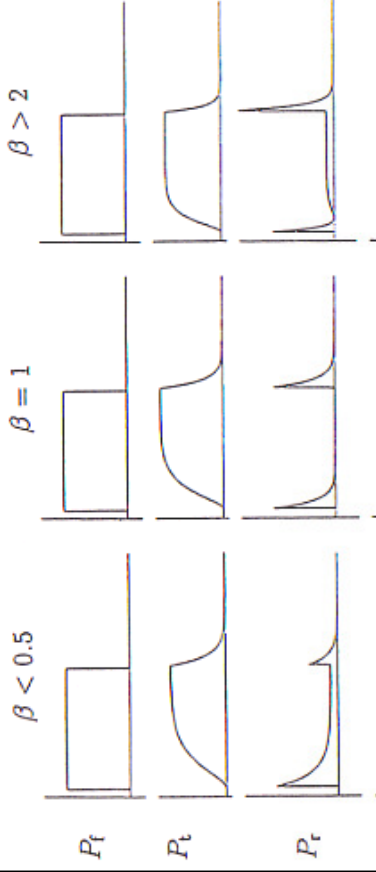
等価回路の計算

Prの波形から判断

計算  $Q_0$

$$R_s = \frac{\Gamma}{Q_0}$$

# Two-Port Cavity



測定可

$$\beta_{in}^* = \frac{1 \pm \sqrt{P_r/P_{in}}}{1 \mp \sqrt{P_r/P_{in}}}$$

$$P_{loss}^* = P_{loss} + P_t$$

$$Q_0^* = \frac{\omega U}{P_{loss}^*} = \frac{\omega U}{P_{loss} + P_t}$$

$$= \frac{\omega U}{P_{loss} \left( 1 + \frac{P_t}{P_{loss}} \right)}$$

測定可

$$= \frac{Q_0}{(1 + \beta_t)} \quad \because \beta_t \equiv \frac{P_t}{P_{loss}}$$

$$= (1 + \beta_{in}^*) Q_L$$

(over > 1 / under < 1)

$$Q_0^* = \frac{Q_0}{(1 + \beta_t)} = (1 + \beta_{in}^*) \cdot Q_L$$

$$Q_0 = (1 + \beta_{in}^*) \cdot (1 + \beta_t) \cdot Q_L$$

$$= [1 + (1 + \beta_t) \cdot \beta_{in}^* + \beta_t] \cdot Q_L$$

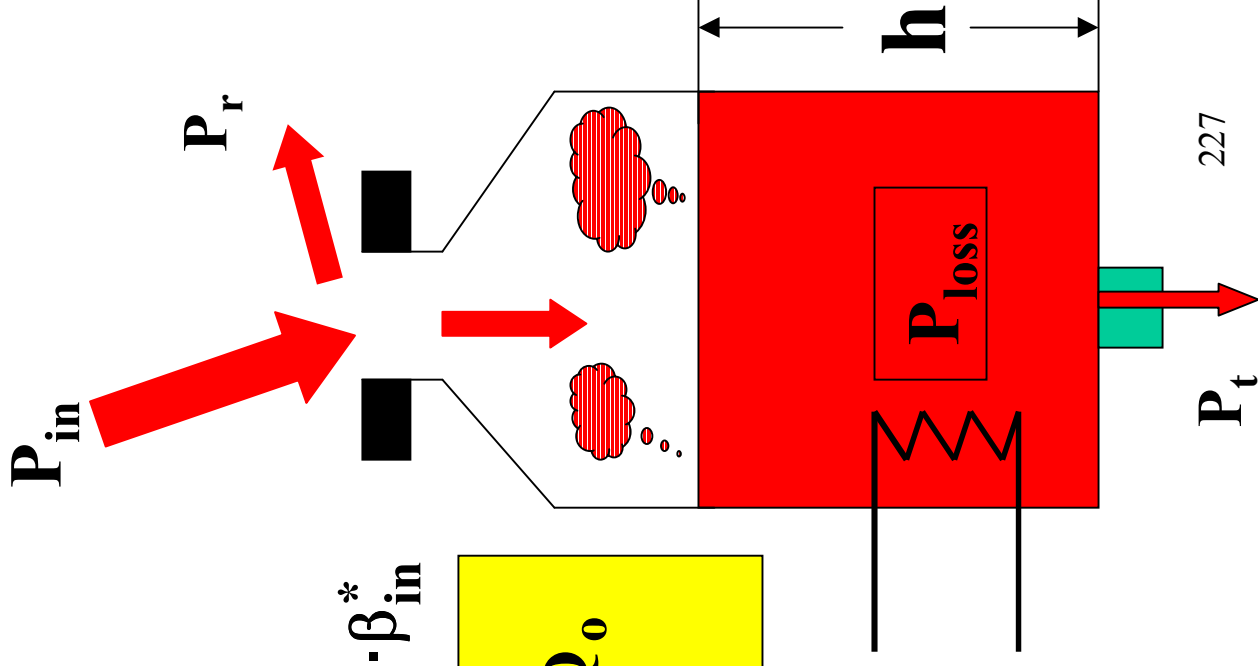
$$= (1 + \beta_{in} + \beta_t) \cdot Q_L \quad \because \beta_{in} \equiv (1 + \beta_t) \cdot \beta_{in}^*$$

$$Q_0 \equiv \frac{\omega U}{P_{loss}}, \quad Q_t \equiv \frac{\omega U}{P_t} = \frac{\omega U / P_{loss}}{P_t / P_{loss}} = \beta_t \cdot Q_0$$

$$\omega U = Q_0 \cdot P_{loss} = Q_t \cdot P_t$$

$$P_{loss} = P_{in} - P_r - P_t$$

定常状態 :  $h = \text{const}$   $\leftarrow U = \text{const}$





## 加速電界の計算

$$\begin{aligned} R_{\text{sh}} &= \frac{V^2}{P_{\text{loss}}} & \because V &= E_{\text{acc}} \cdot d_{\text{eff}} \\ &= (E_{\text{acc}} \cdot d_{\text{eff}})^2 \\ E_{\text{acc}} &= \frac{1}{d_{\text{eff}}} \cdot \sqrt{R_{\text{sh}} \cdot P_{\text{loss}}} = \frac{1}{d_{\text{eff}}} \cdot \sqrt{\left( \frac{R_{\text{sh}}}{Q_0} \right) \cdot (Q_0 \cdot P_{\text{loss}})} \\ &= Z \cdot \sqrt{Q_0 \cdot P_{\text{loss}}} \\ &= Z \cdot \sqrt{Q_t \cdot P_t} \end{aligned}$$

$$\because Q_t = \frac{\omega U}{P_t} = \frac{Q_0 \cdot P_{\text{loss}}}{P_t}, \quad Q_0 \cdot P_{\text{loss}} = Q_t \cdot P_t$$

# Summary:

Measured parameters:

$$f, \tau_{1/2} \longrightarrow$$

$$P_{in}, P_r, P_t \longrightarrow$$

(定常状態 : CW)

$$Q_L = 2\pi f \tau_{1/2} / \ln(2)$$

$$\beta_{in}^* = \frac{1 + \sqrt{\frac{P_R}{P_{IN}}}}{1 + \sqrt{\frac{P_R}{P_{IN}}}}$$

$$P_{loss} = P_{in} - P_r - P_t$$

$$\beta_t = P_t / P_{loss}$$

$$Q_t = Q_0 / \beta_t$$

$$\beta_{in} = (1 + \beta_t) \beta_{in}^*$$

$$Q_0 = (1 + \beta_{in} + \beta_t) Q_L$$

$$R_s = \frac{\Gamma}{Q_0}$$

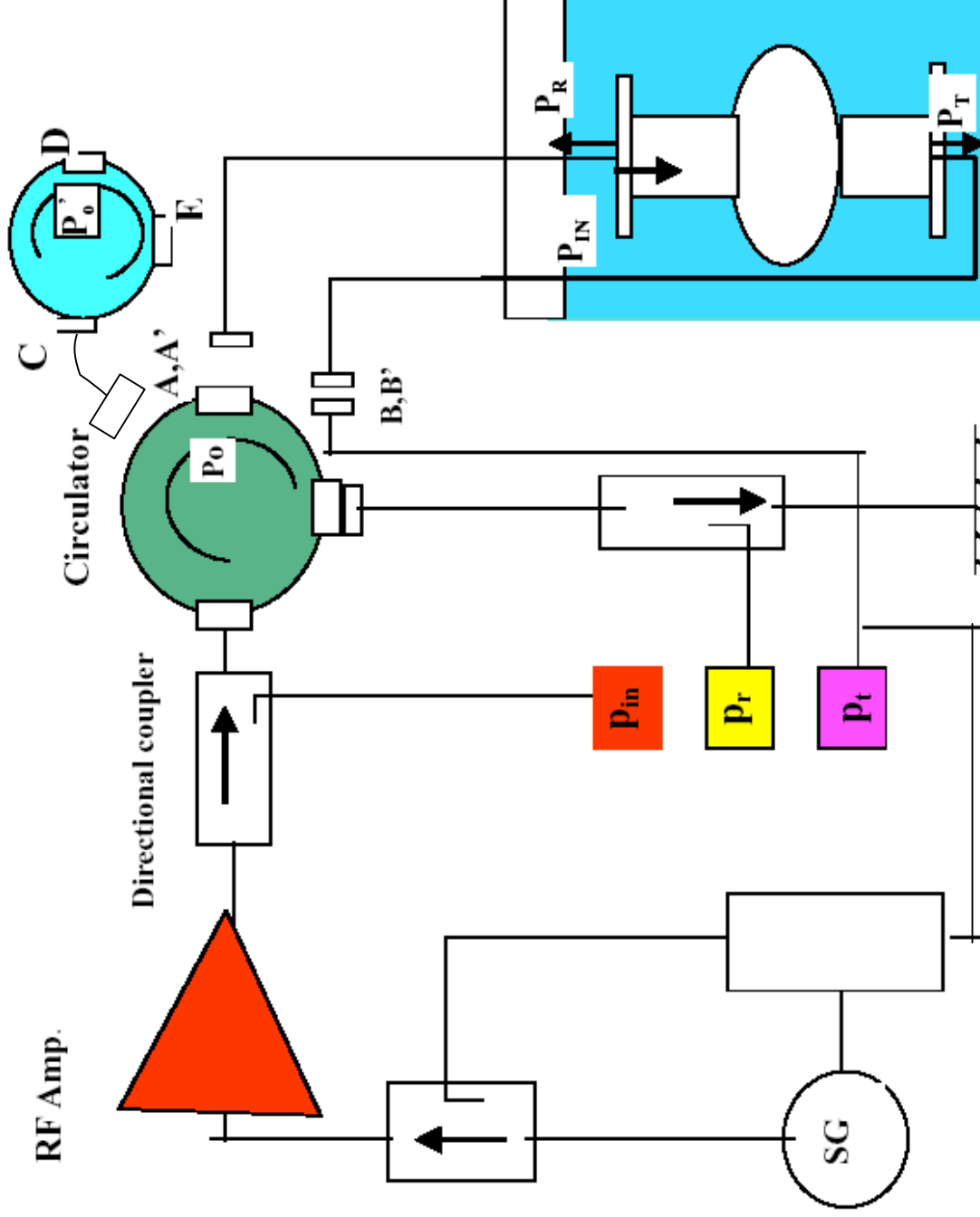
$$E_{acc} = Z \cdot \sqrt{P_t} \cdot Q_t,$$

$$Q_0 = Q_t \beta_t$$

# Cable Correction

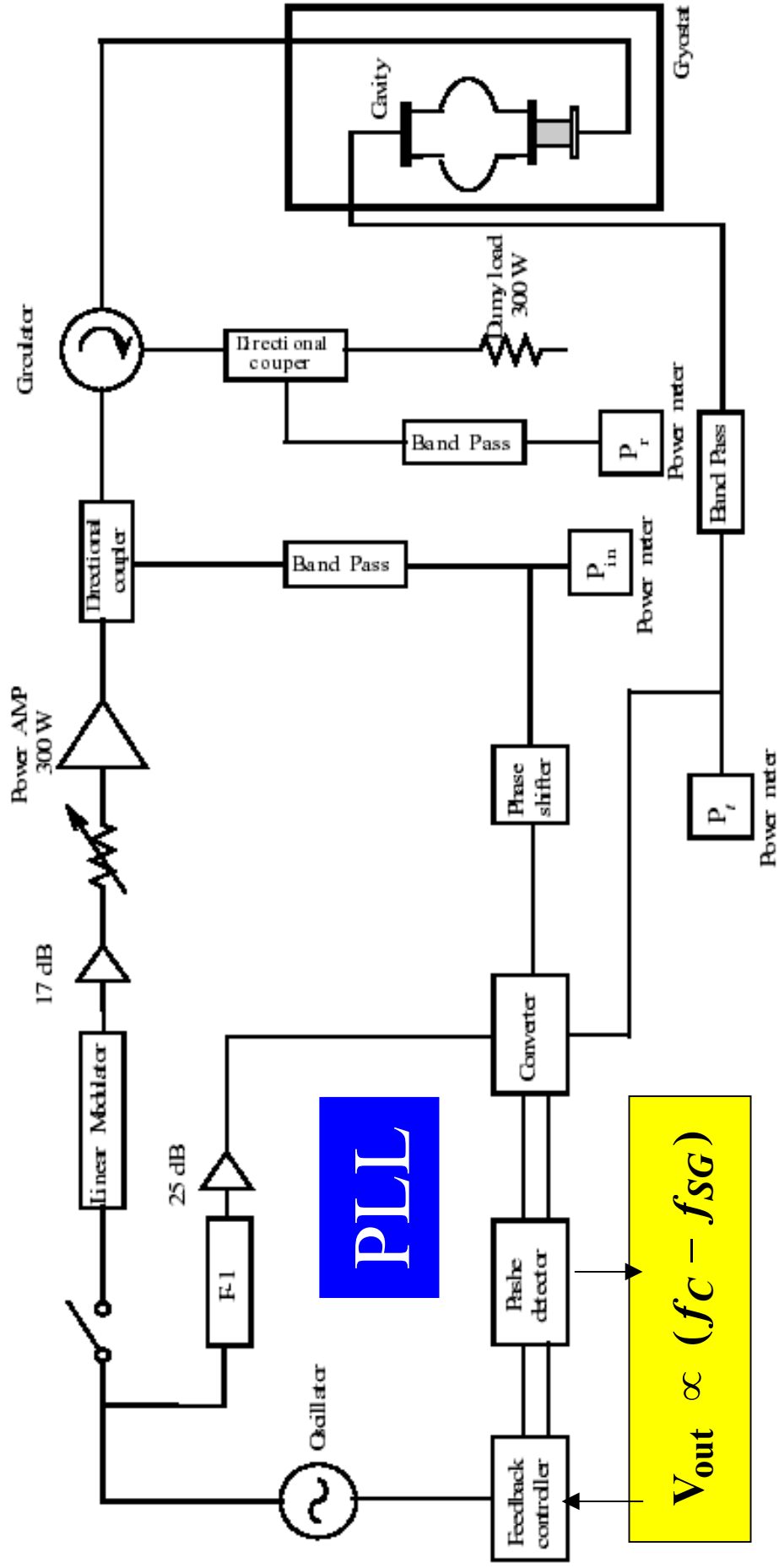
$P_{in}, P_r, P_t$  : measured in the measurement room

$P_{IN}, P_R, P_T$  : Power at the cavity (cooled),  $P_{IN} = c_{in} \cdot P_{in}$ ,  $P_R = c_r \cdot P_r$ ,  $P_T = c_t \cdot P_t$

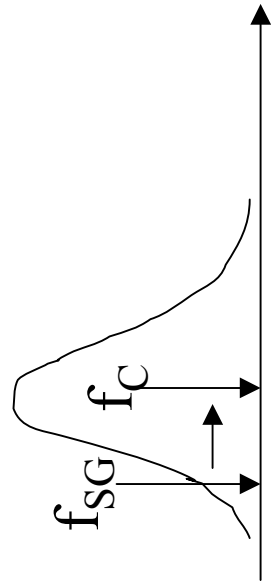


$P_{in}$ , $P_o$ at A,
$P_r$ : short A
$P_t$ : connect B to A
$P_o/P_{in}$ , $P_o/P_r$ , $P_o/P_t$
$P_o'$ at E : connect A and C, and short D
$P_{in}'$ at E : connect D to A'
$P_t'$ at E : connect D to B'
$C_{in} = (P_o/P_{in}) \cdot (P_{in}'/P_o')^{1/2}$
$C_r = (P_o/P_r) \cdot (P_o'/P_{in}')^{1/2}$
$C_t = (P_o/P_t) \cdot (P_o'/P_t')^{1/2}$
$P_{IN} = c_{in} \cdot P_{in}$
$P_R = c_r \cdot P_r$
$P_T = c_t \cdot P_t$

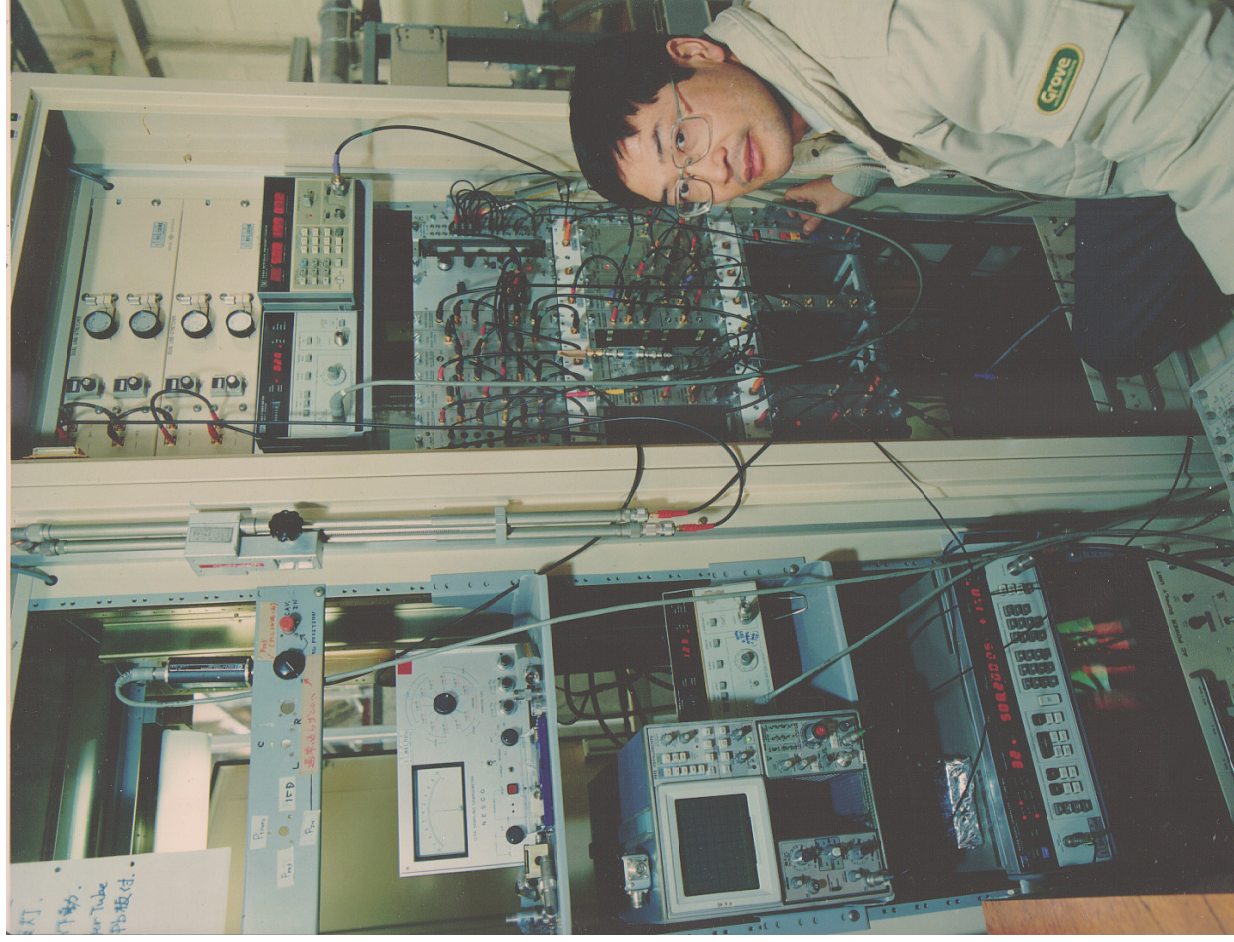
# Feed Back System



$$V_{out} \propto (f_C - f_{SG})$$



# RF System



TRISTAN

# 演習問題2

## I. Cable correction

Cable correction measurement

$$p_{in} = 55.5 \mu\text{W}, p_o = 50.0 \text{mW},$$

$$p_r = 10.72 \mu\text{W}, p_t = 3.04 \text{mW}$$

$$p_o' = 39.0 \text{mW}, p_{in}' = 22.6 \text{mW}$$

$$p_t' = 27.9 \text{mW}$$

左の測定値からケーブル correction factor  
 $C_{in}, C_r, C_t$ を計算せよ。

IIに示す測定値は1300MHzニオズ空洞の  
4.2Kでの測定結果である。上で求めたCable  
correction factorとこれらの測定から、

$$\beta_{in}^*, P_{loss}, \beta_{in}, \beta_t, Q_L, Q_{in}, Q_o, Q_t, R_s, \\ E_{acc}, E_p, H_p$$

を計算せよ。

## II. Calculation of $Q_o$ and $E_{acc}$

Measured power and decay time

$$f = 1303.590529 \text{ MHz}$$

$$\tau_{1/2} = 23.6 \text{ msec}$$

Coupling: over

$$P_{in} = 3.11 \text{ mW},$$

$$P_r = 192 \text{ nW},$$

$$P_t = 0.142 \text{ mW}$$

$$\text{He pressure} = 758.1 \text{ torr}$$

Cavity Parameters

$$G = 269 \Omega$$

$$R/Q = 101 \Omega$$

$$E_{sp}/E_{acc} = 1.83$$

$$H_{sp}/E_{acc} = 45.2 \text{ Oe/(MV/m)}$$

$$E_{acc} = 86.94 \sqrt{P_t \cdot Q_t} \text{ V/m}$$

# 演習問題2の解答

## Cable correction factors

$$C_{in} = 685.8$$

$$C_r = 6127$$

$$C_t = 19.45$$

## Calculation Results

$$\beta^* = 1.048$$

$$\beta_{in} = 1.049$$

$$\beta_t = 1.297E-3$$

$$P_{loss} = 2.129 \text{ W}$$

$$Q_L = 2.789E+8$$

$$Q_o = 5.1719E+8$$

$$R_s = 520.11 \text{ n}\Omega$$

$$Q_{in} = 5.449E+8$$

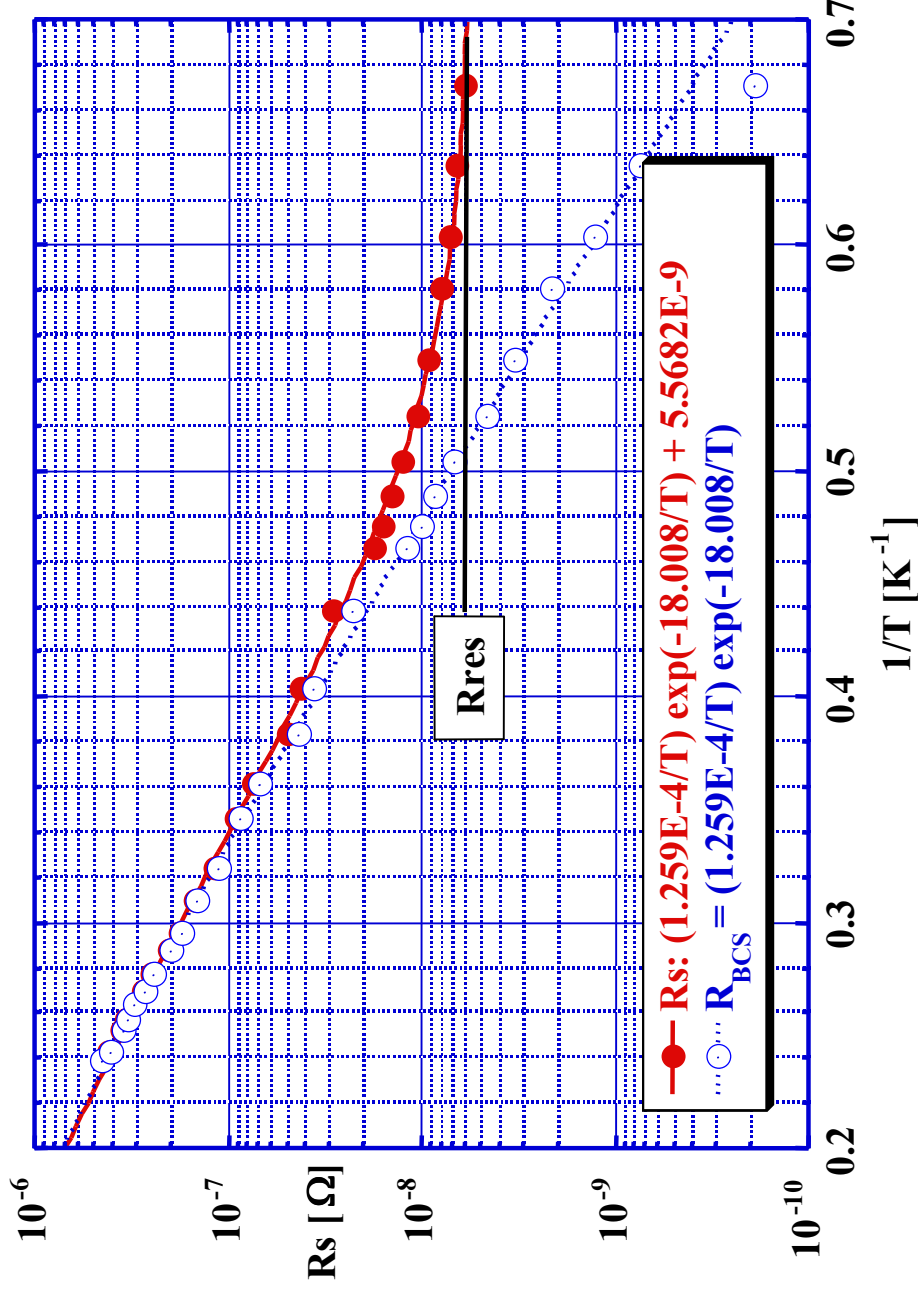
$$Q_t = 41.408E+11$$

$$E_{acc} = 3.034E+6 \text{ V/m}$$

$$E_{sp} = 5.555E+6 \text{ V/m}$$

$$H_{sp} = 137.14 \text{ Oe}$$

# 表面抵抗の温度依存性の測定

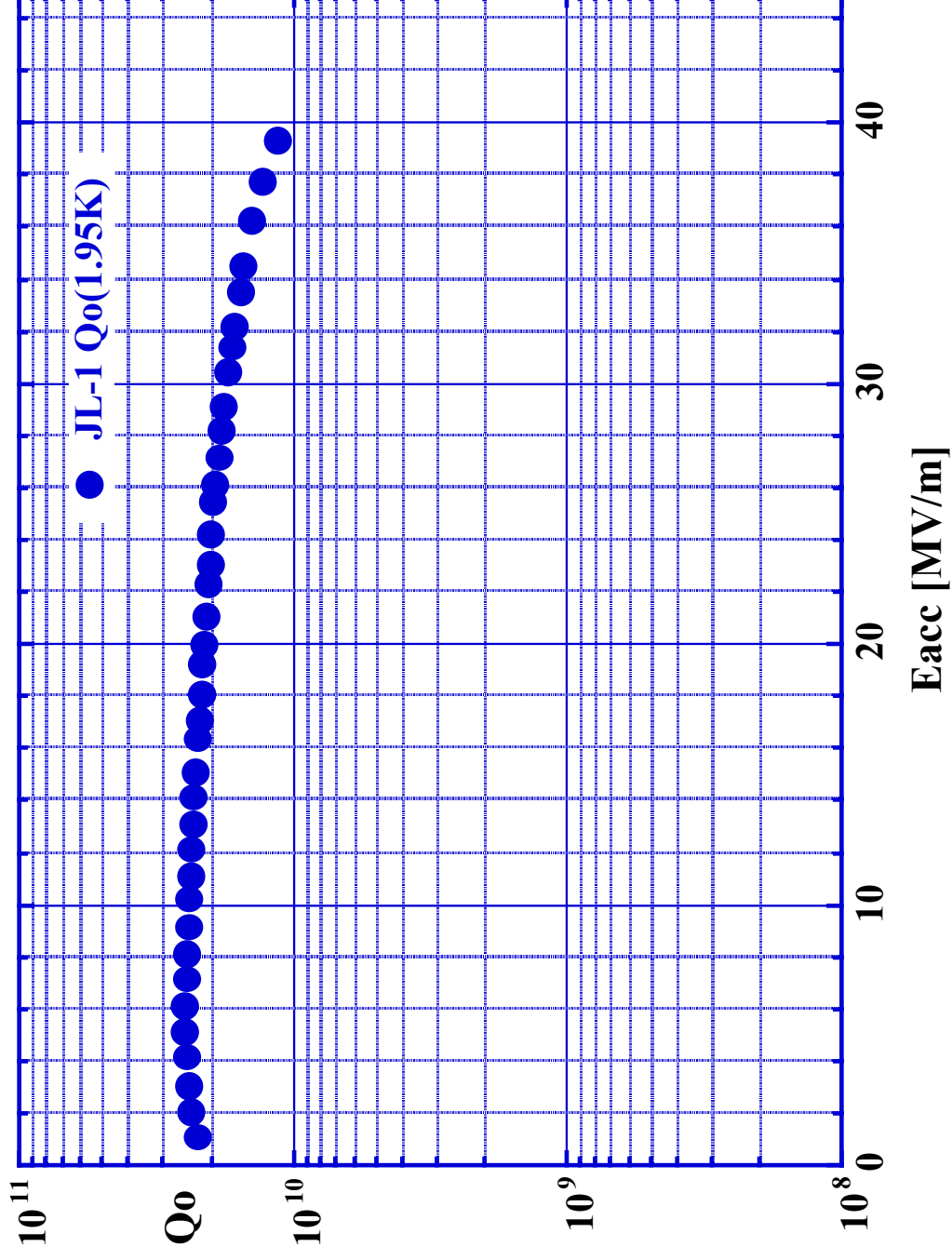


$$R_s - \text{fit} : R_s(T) = \frac{A}{T} \cdot \exp\left(-\frac{B}{T}\right) + R_{\text{res}}$$

$$B = \frac{\Delta}{k_B}$$



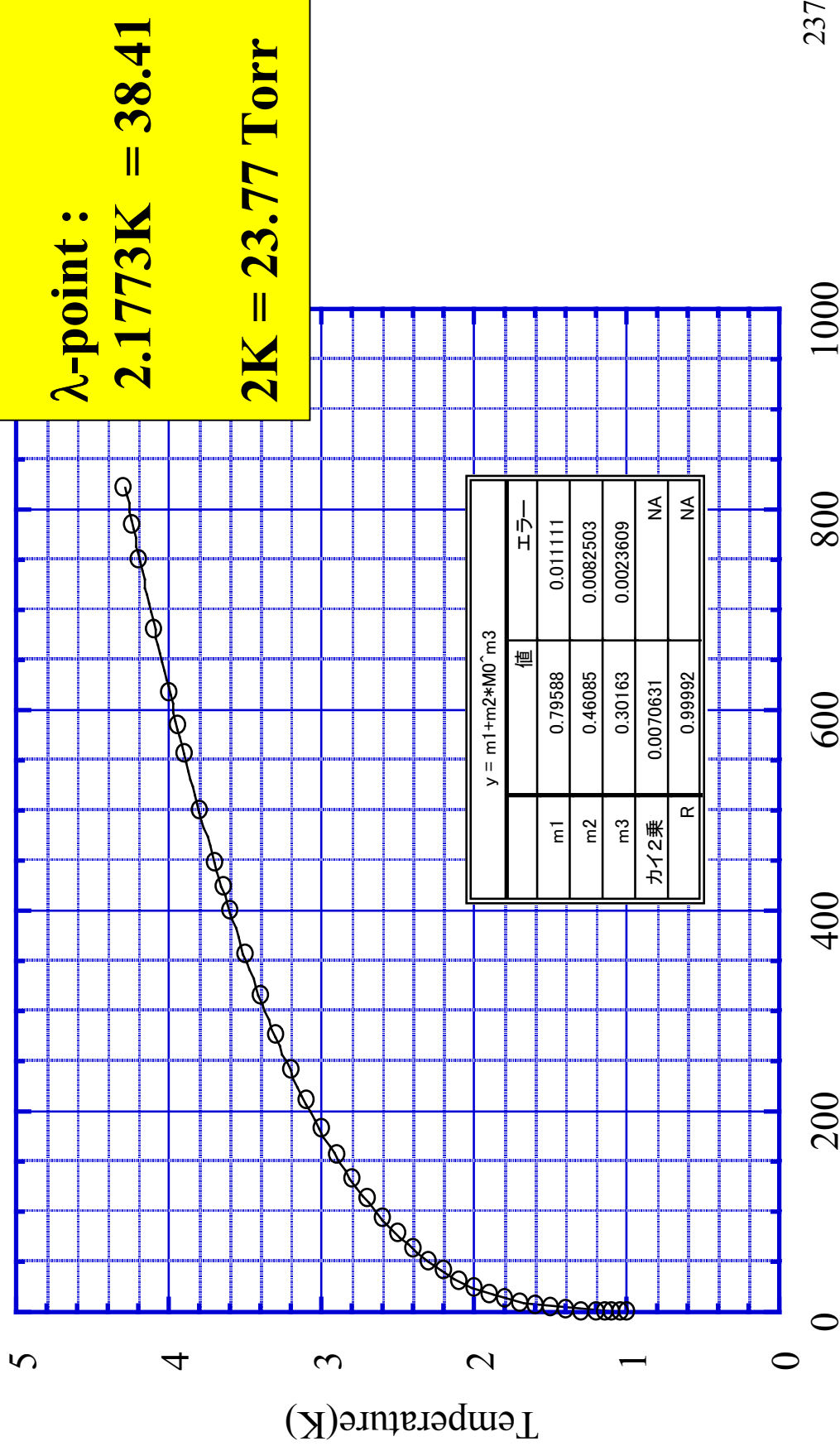
# 高電界の測定例 Q<sub>0</sub>-Eacc curve



# 液体ヘリウムの温度 P vs. T

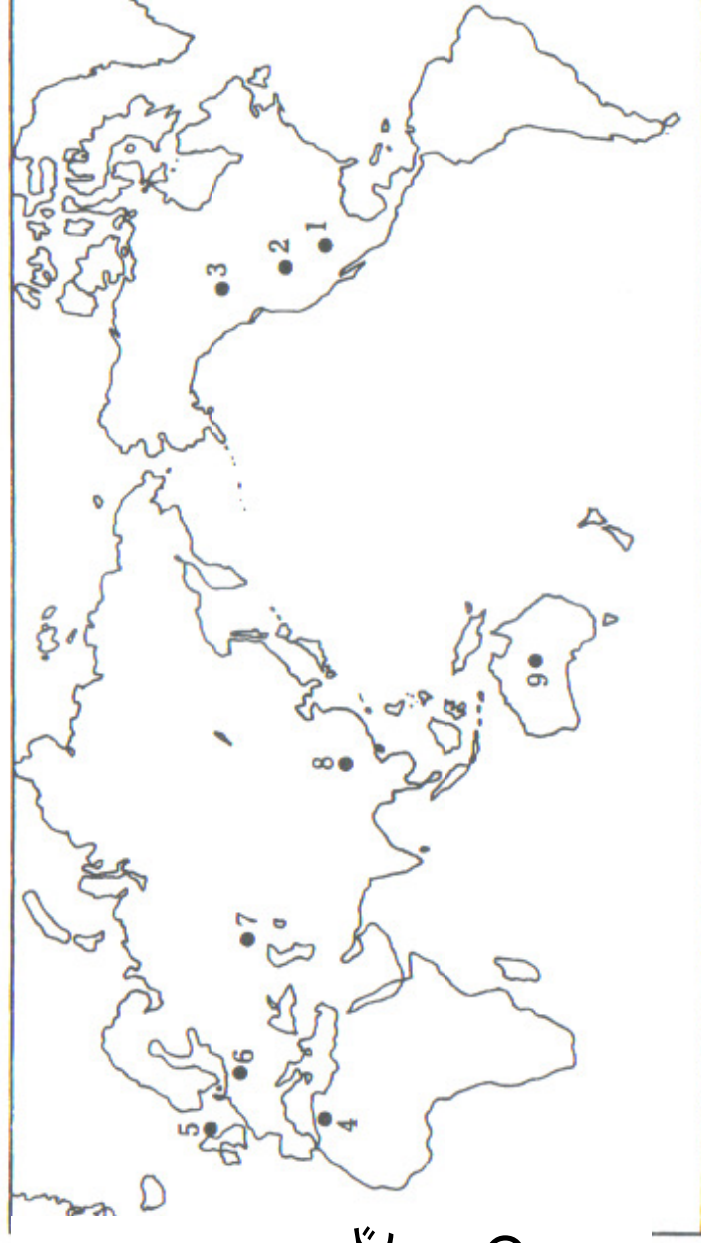
—○— Temperature(K)

LHe-T(K).d



# ヘリウム情報

- ・地殻中でのU、Thの $\alpha$ 崩壊によってできる。
- ・総埋蔵量： $5 \times 10^{14} \text{m}^3$
- ・天然ガスの副産物として採取。
- ・世界消費量の90%を米国で生産。
- ・数十年後、現在のガス田のヘリウム枯渇。大気から採取の必要あり。



1：ヒューゴトン・パンハンドル Hugoton・Panhandle (米国), 2：ライレーリッチ Riley Ridge (米国ワイオミング州), 3：アルバータ Alberta (カナダ), 4：ハッシルメル Hassi-R'Mel (アルジェリア), 5：北海 (英国), 6：オドラノフ Odolanow (ポーランド), 7：オレンブルグ Orenburg (旧ソ連), 8：ウェイユアン 威遠 (中国四川省), 9：バーム溪谷 Palm Valley (オーストラリア)

## 世界の主要ヘリウム資源

# 液体ヘリウムの製造法

完全に熱力学

Heの場合は45K以下でJTバルブ作動

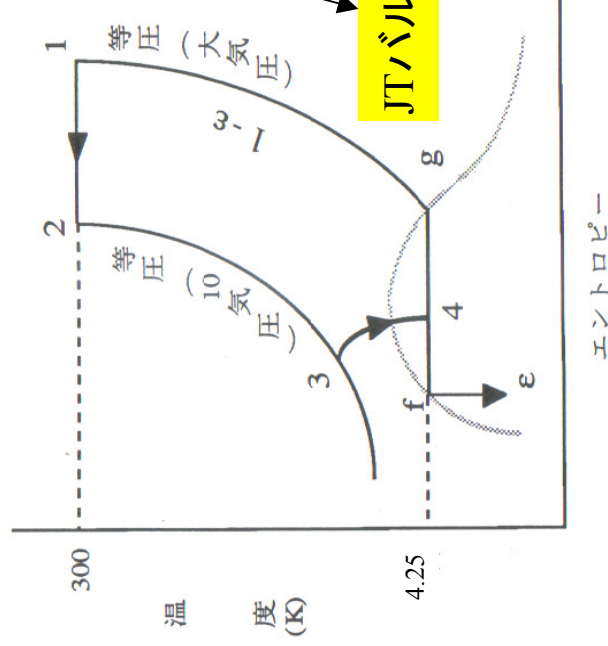


図9-2 J-Tサイクル (液化機)

JTバルブで断熱膨張させ、  
ガスの温度を下げる。

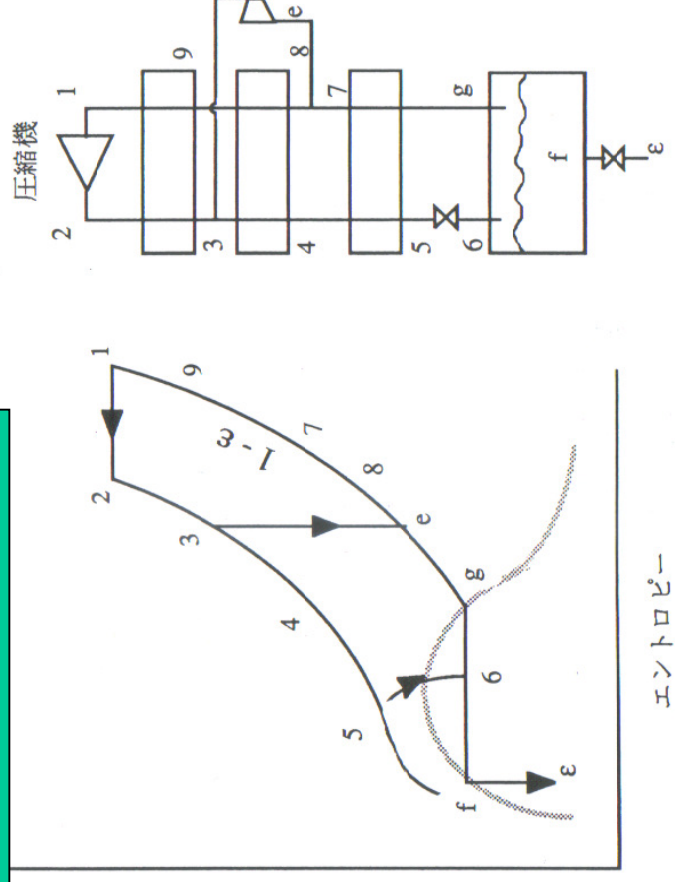


図9-3 クロード液化サイクル (液化機)

ガスの一部にタービンを回させ、  
温度を下げ、熱交換器の温度を下げる。

# Efficiency of superconducting RF cavity

Efficiency of liquid He :  $\eta_{\text{eff}}$

$$\eta_{\text{eff}} = \eta_c \cdot \eta_{\text{tech}}$$

$$= \frac{T}{300 - T} \cdot \eta_{\text{tech}}$$

$$T = 4.25\text{K}, \eta_c = 0.0142,$$

$$\eta_{\text{tech}} = 0.2 \sim 0.3 = 0.2$$

$$\eta_{\text{eff}} = 0.0142 \cdot 0.20 = 2.80 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{357}$$

$$\eta_{\text{eff}}^{\text{AC}} = \frac{P_b}{2 \times P_b + P_{\text{loss}}}$$

2K operationでは  $\eta_{\text{eff}}$  は、4.2Kのさらに1/3程度に下がる。

しかし、Q値が一桁上がるので、4.2K operationよりもgainが3倍上がる。

これが、2K operationにする一つの理由。

$$1.5 \times 357 = 535.5 \text{ W} = 0.54 \text{ KW}$$

CW operation @ 4.2K for SC	SC cavity	NC cavity
Q <sub>0</sub>	2x10 <sup>9</sup>	2x10 <sup>4</sup>
R/Q(Ω/m), rf frequency 500MHz	330	900
P <sub>loss</sub> /L(W/m) for E <sub>acc</sub> =1MV/m	1.5	56,000
AC power(KW/m) for E <sub>acc</sub> =1MV/m	0.54	112
AC power(KW/m) for E <sub>acc</sub> =5MV/m	13.5	2,800
Efficiency(%)@5MV/m&CW operation with 10mA beam ( Klystron +Ploss)	44	1.7

AC power 効率

0.5

$$\frac{P_{\text{loss}}}{L} = \frac{E_{\text{acc}}^2}{(R/Q) \cdot Q_0} \times 2$$

SuperはNormalの200倍  
(4.2K)~600倍(2K)RFロス  
効率が良い。

# 他冷媒との比較

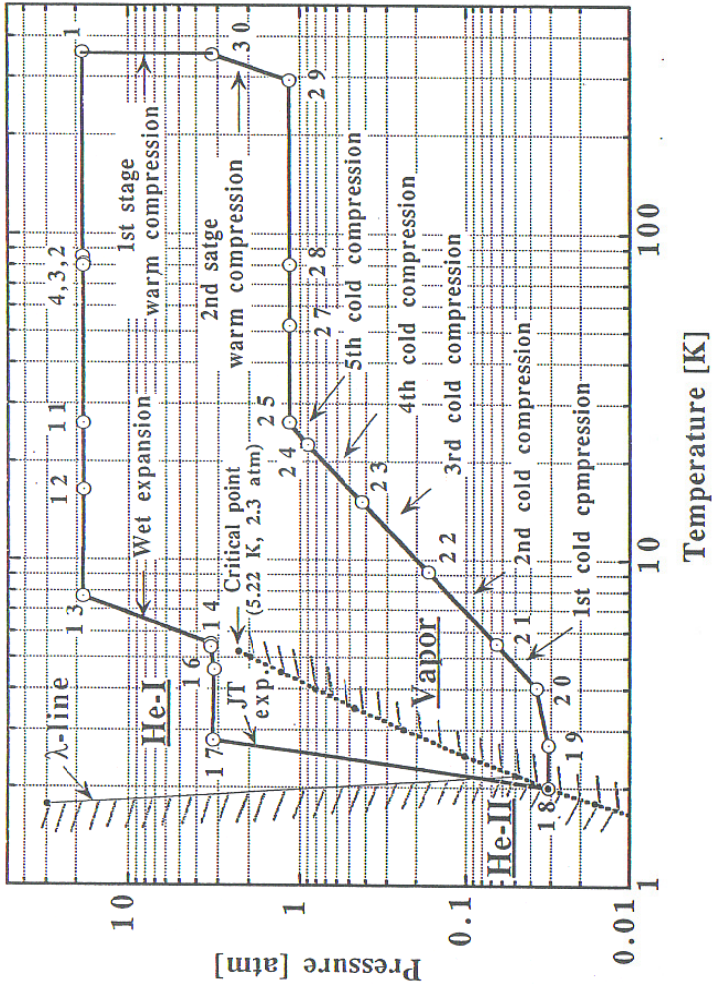
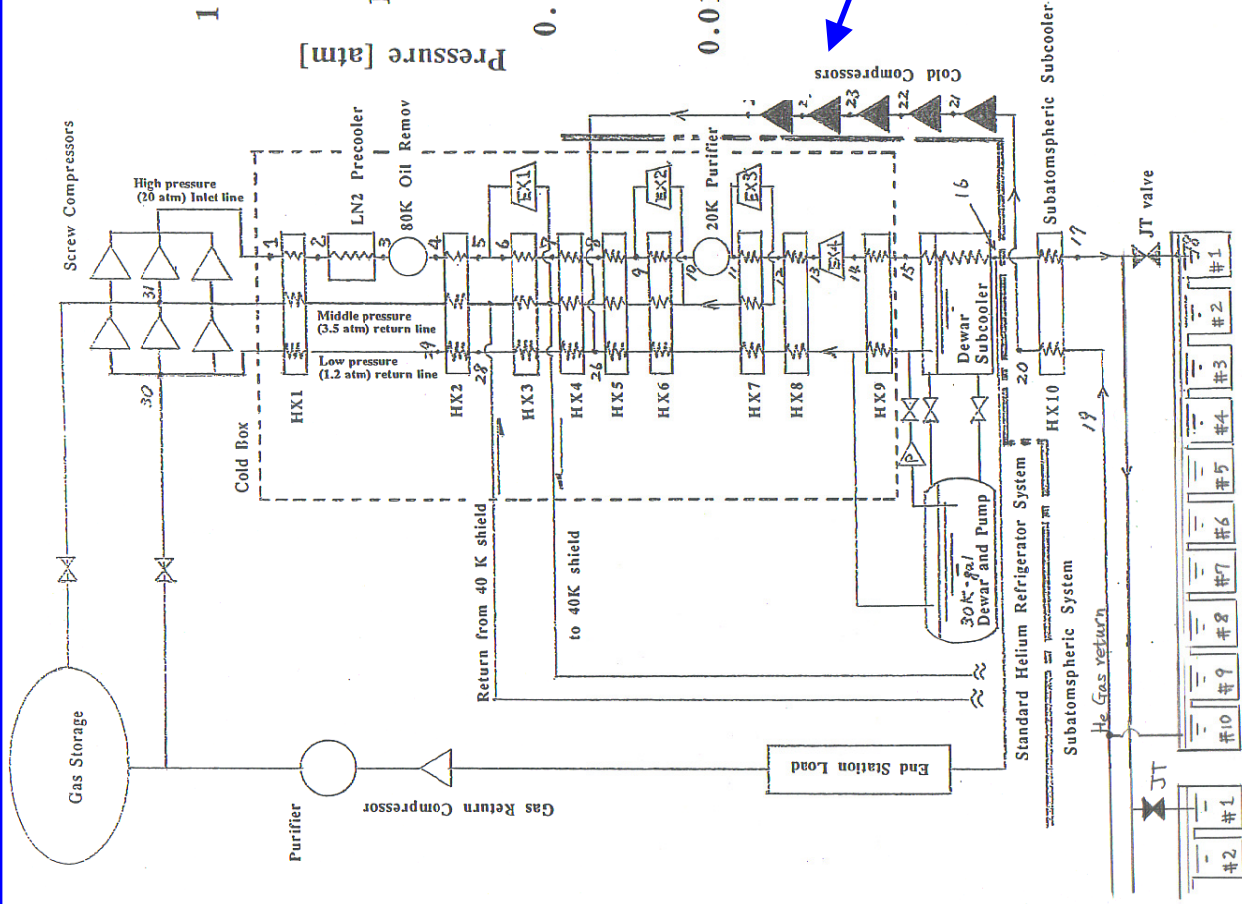
この数値を覚えておくと便利。  
演習問題4を見よ。

表5-1 冷媒の熱特性

	He	n-H <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>
分子量	4.003	2.016	28.013	32.00
沸点 (大気圧)	[K] 4.22	20.39	77.35	90.19
臨界点 温度	[K] 5.20	33.19	126.2	154.6
圧力 MPa	0.227	1.32	3.40	5.04
三重点 温度	[K] 2.18	13.96	63.15	54.36
圧力 kPa	5.04	7.20	12.5	0.146
密度 液体 (沸点)	[kg/l] 0.125	0.0708	0.809	1.14
蒸気 (沸点)	[kg/l] 0.0169	0.0133	0.0046	0.0045
ガス (300 K, 大気圧)	[kg/m <sup>3</sup> ] 0.1625	0.0819	1.139	1.301
ガス (300 K) と液体との体積比	769	864	710	876
蒸発潜熱 (沸点)	[kJ/kg] 20.4	452	199	212
(沸点)	[kJ/l] 2.55	31.7	161	243
ガス顕熱 (沸点から300 Kまで)	[kJ/kg] 1543	3510	234	193
(液1リットル当りに換算)	[kJ/l] 193	249	189	220
ガス顕熱比 (顕熱/蒸発潜熱)	75.6	7.8	1.18	0.91

液体ヘリウムの蒸発潜熱は液体窒素の1/10。ヘリウムは液体窒素の10倍蒸発し易い。  
1Wの発熱がある時、液体ヘリウムは1.41 l/hr蒸発する。  
演習問題3、これを確認せよ。

# 2K 液体ヘリウム冷凍機(CEBAF)



**Cold compressor**  
 冷たいHeガスを圧縮して常温付近の  
 温度、圧力に戻す。

# 超流動液体ヘリウム(He-II)の性質

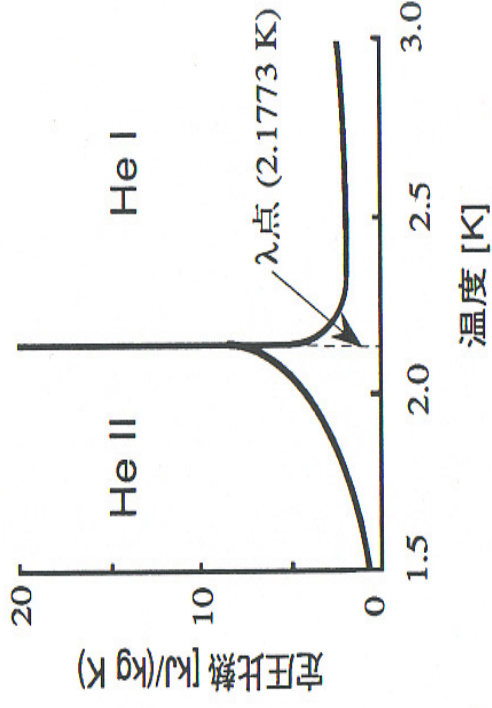
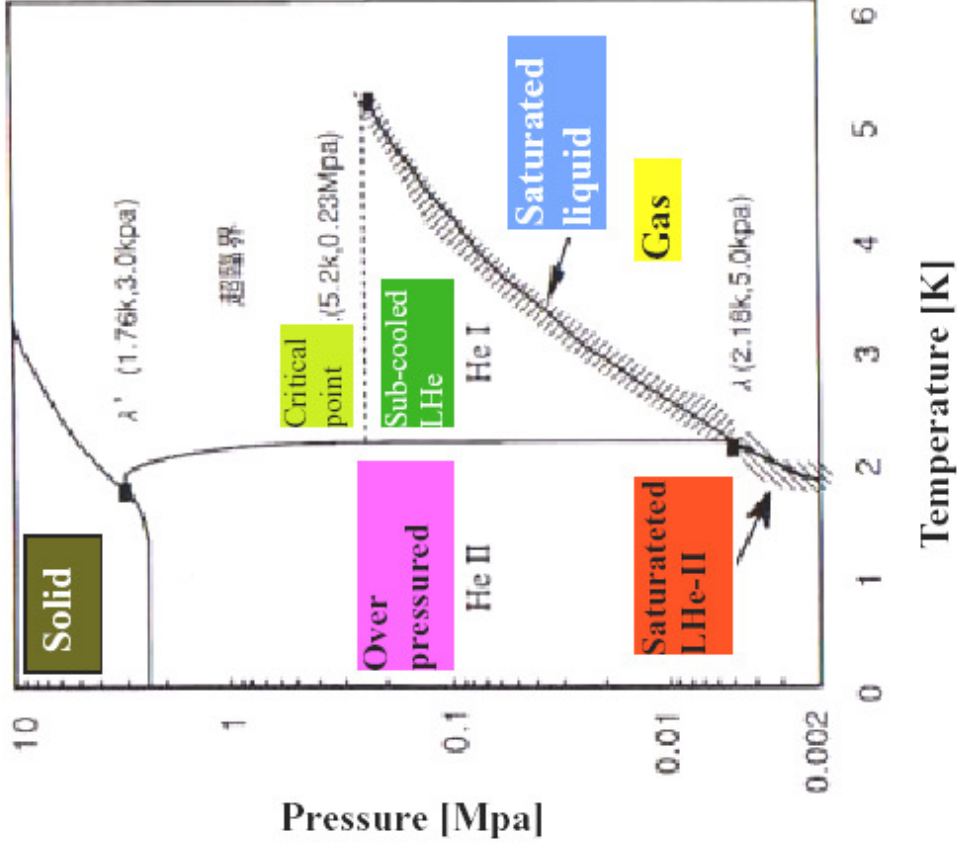


図5-2 ヘリウム4の定圧比熱

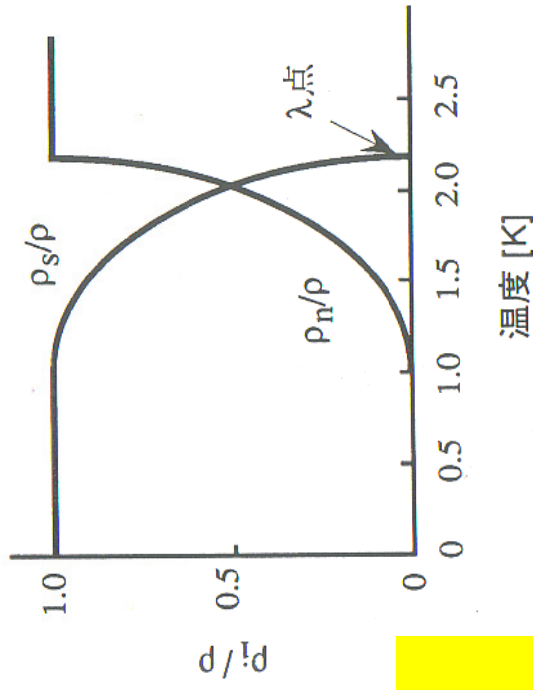


図5-3 He II中での超流動成分 ( $\rho_s/\rho$ ) と常流動成分 ( $\rho_n/\rho$ ) の比率の温度変化

- $\lambda$ -point以下の温度領域で超流動状態になる。He-II
- He-IIでは粘性がなくなり、スパークを起こす。
- He-IIでは、液体の熱伝導率が著しく増大する。  
銅(低温)の100倍。



## 演習問題4

超伝導空洞が1Wの発熱を発生する時、温度を一定に保つために必要な排気ポンプの容量を見積もれ。

### 演習問題4解答

1W・1hrの発熱で蒸発する液体ヘリウム(ここでは、4.2Kの密度を使う)は、  
 $w=1.41\ell$ 。

これは300K-normal volumeに換算すると、  
 $V=1.41 \times 769 = 1084.29\ell = 1.08429 \text{ m}^3$ 。

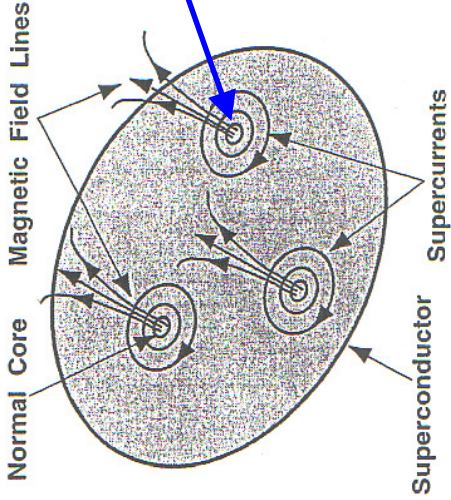
必要なヘリウムの排気速度は、  
 $Q=1084.29/60 = 18.07 \ell/\text{min}$  あるいは  $0.301\ell/\text{sec}$ 。  
実際にはさらにコンダクタンスを考慮する必要がある。

### 演習問題3の解答

$1W \times 1 \text{ hr} = 3600 \text{ J} = 3.6\text{kJ}$ ,  $w=3.6/20.4=0.1765 \text{ kg}$ ,  
 $V=0.1765 \times 1000/0.125=1412 \text{ cm}^3 = 1.412\ell$

この数値を覚えておくと現場作業で非常に役に立つ。

# 残留磁場の影響



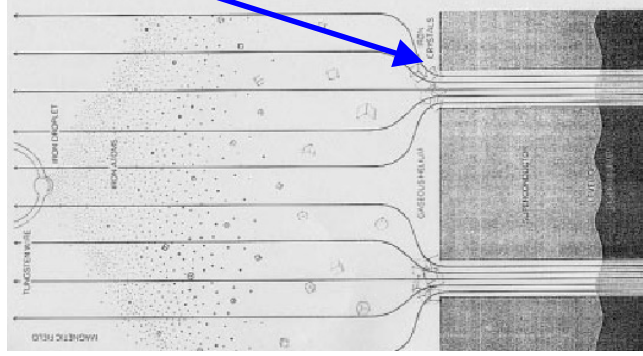
磁場が存在する状態で冷却されると、超伝導状態になった時、格子欠陥等で磁場がトラップされ、凍り付く。  
この時、Fluxのcoreの部分がnormalになる。

$$R_s(H_{ext}) = R_n \cdot \frac{H_{ext}}{H_{c2}(T)}$$

$$R_n = \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}}$$

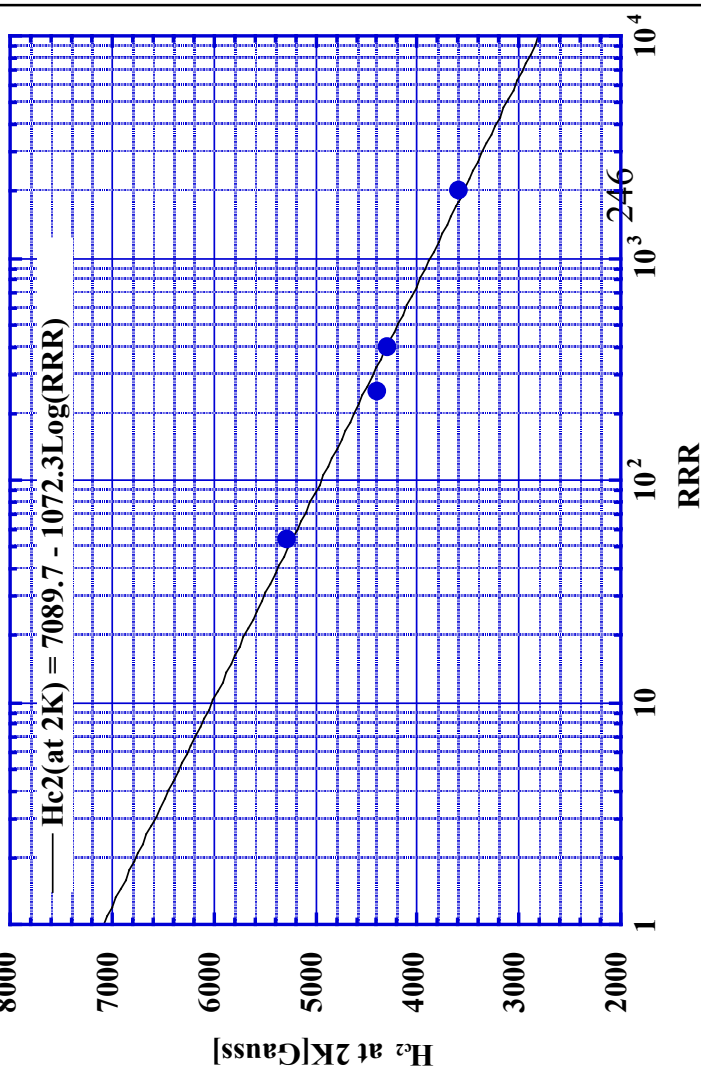
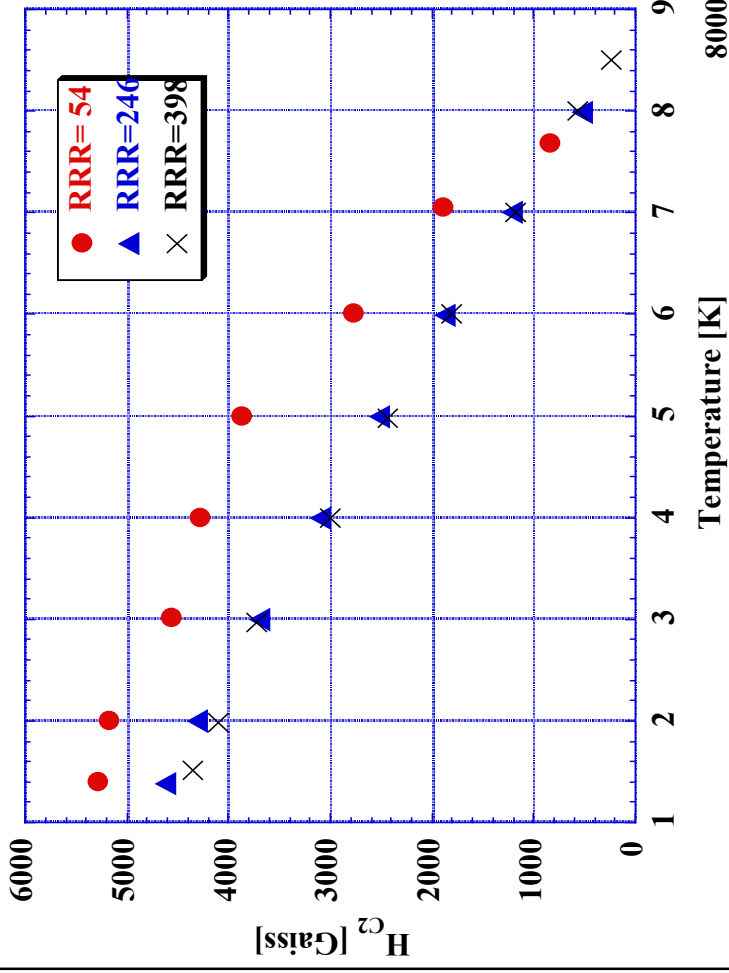
$$\begin{aligned} R_s(H_{ext}) &= \sqrt{\frac{\mu\omega}{RRR \cdot \sigma(300K)}} \cdot \frac{H_{ext}}{H_{c2}} \\ &= R_n(300K) \cdot \frac{H_{ext}}{\sqrt{RRR} \cdot H_{c2}(T, RRR)} \\ &= R_o(T, RRR) \cdot H_{ext} \end{aligned}$$

温度が高いほど小。

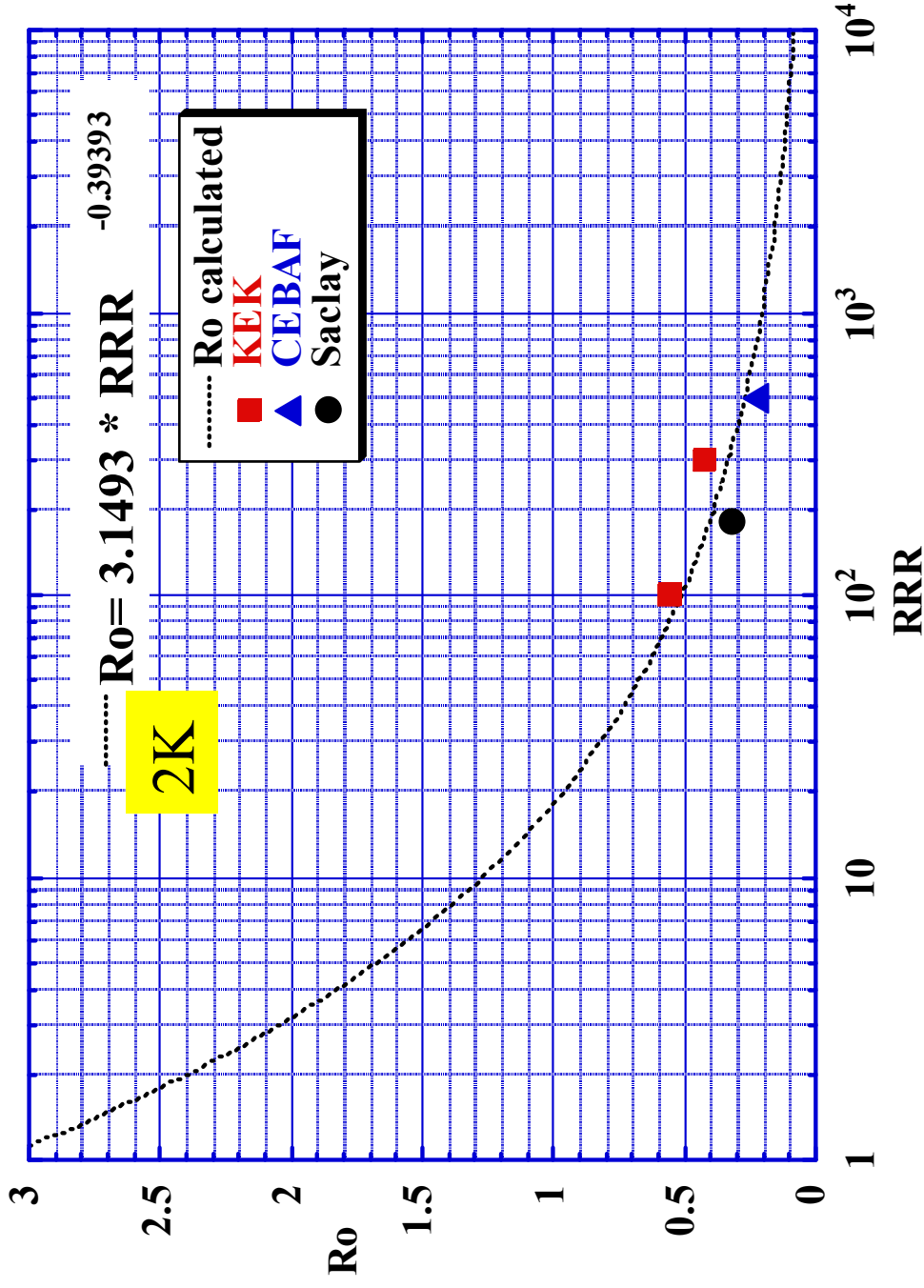


一般に、冷却温度が低いほど、Frozen flux trapping effectは小さい。

# H<sub>C2</sub>のRRR依存性



# 残留磁場とRRR



Frozen flux trapping 対策にはRRRの高いニオブ材を使うことが望ましい。  
例えば、RRR=500ではRRR=1000の場合の約半分。

## 5. Summary

---

- 超伝導空洞の性能測定法を示した。
- 超伝導空洞では、Q値が高いのでパルス法によりQ値を計算する。
- 空洞性能測定には、わずか数100WのRFソースで事足りる。液体ヘリウムで冷却する必要があるが、性能測定設備は常伝導ほど大きな負担は不要。
- 超伝導空洞の開発は、効率的に行える。